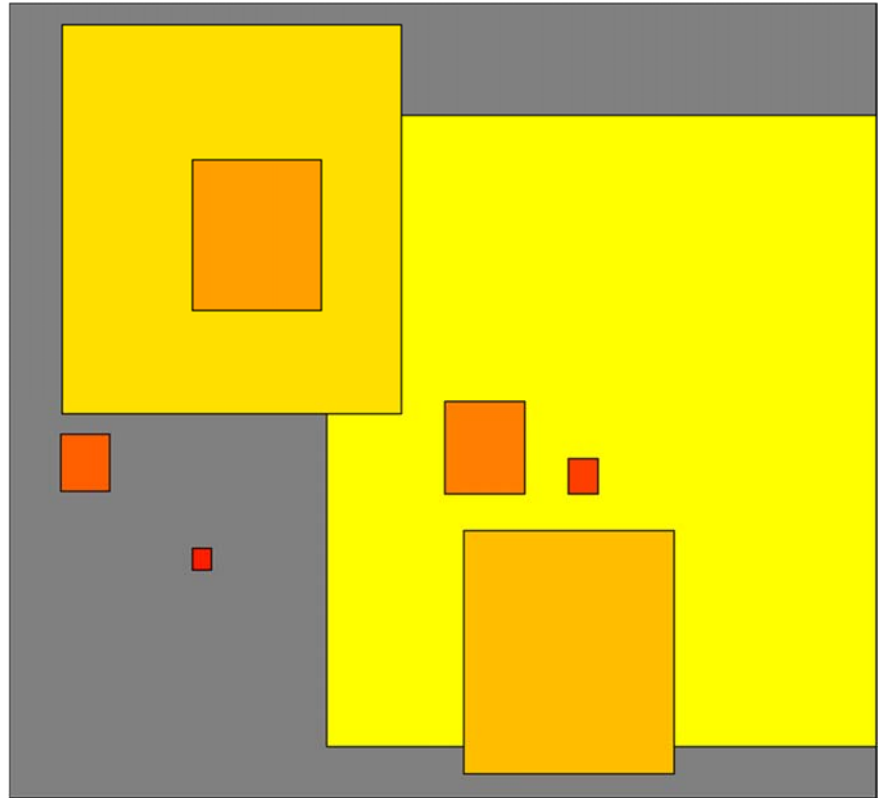


Mathematik und Holz - Beispiele



Karl Entacher

Fachhochschule Salzburg

Karl.Entacher@fh-salzburg.ac.at



Beispiele: Holztechnologie und mathematische Formeln

- Statik
- Bauteilüberprüfung
- Normen
- Klassisches Beispiel: Kurbeltrieb
- Klassisches Beispiel: Temperaturentwicklung
- Bildbe- und Bildverarbeitung
- 3D - Modellierung

Statik



bauherr: marktgemeinde st. Aegydt / **baujahr:** 2007

planung: zt dr. wilhelm luggin, tb di. robert salzer

statik – konstruktion: zt dr. wilhelm luggin, tb di. robert salzer

holzbaufirma: graf holztechnik, nö.

nutzungsklasse: fuss- radwegbrücke nkl. 1, sonderfahrzeug pistenraupe 5,50 t

systemdaten: länge 34,70 m achsmass, breite 4,25 m

konstruktion: deckbrücke mit bituminöser abdichtung und asphaltbelag, plattenbalken aus bsh träger u. brettsperholzplatten, strebenkonstruktion stahl

statisches system: räumliches 4-fach sprengwerk / geländer: lamellengeländer lärche

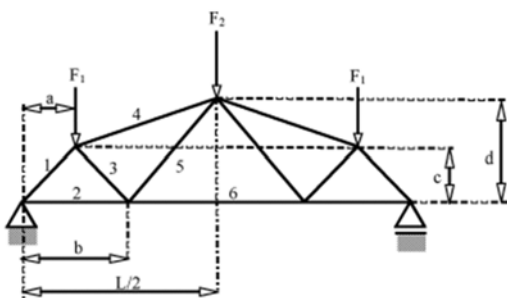


di. robert salzer
http://www.robertsalzer.at/

konstruktiver holzbau

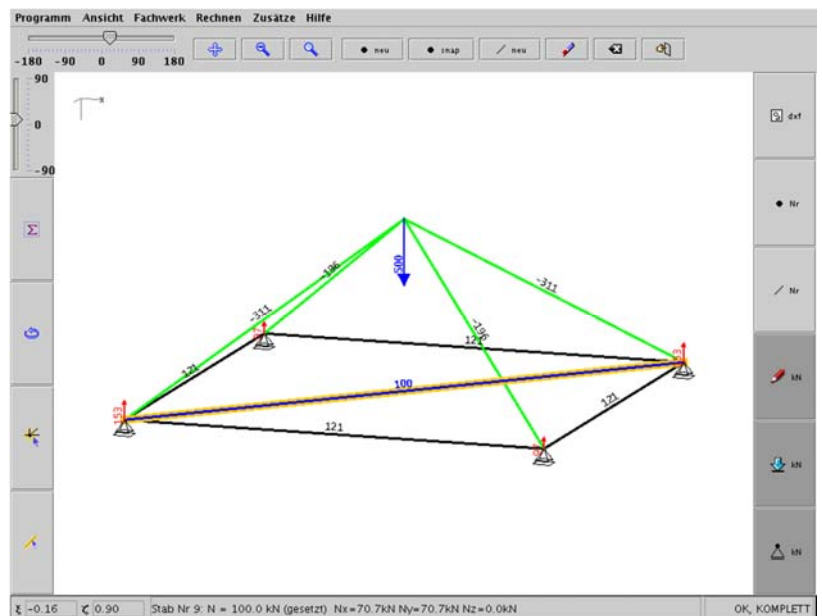
3

Statik



<http://www.htwm.de/>

- Kräfte sind Vektoren
- Größe der Kraft entspricht der Länge eines Vektors
- Resultierende Kraft durch Addition von Vektoren
- Momente „Beziehung zwischen Vektoren“



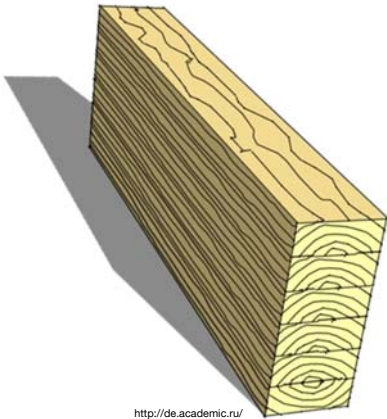
<http://fachwerk.berlios.de>

4

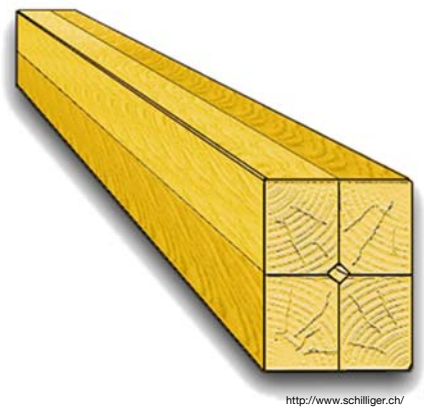
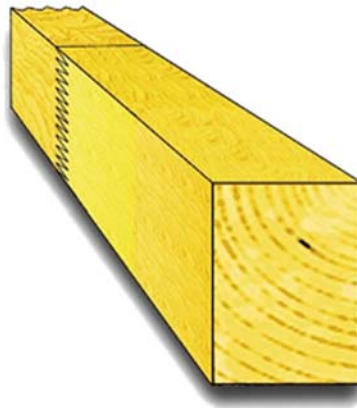
Holzbau – Bauteilüberprüfung



<http://www.robertsalzer.at/>

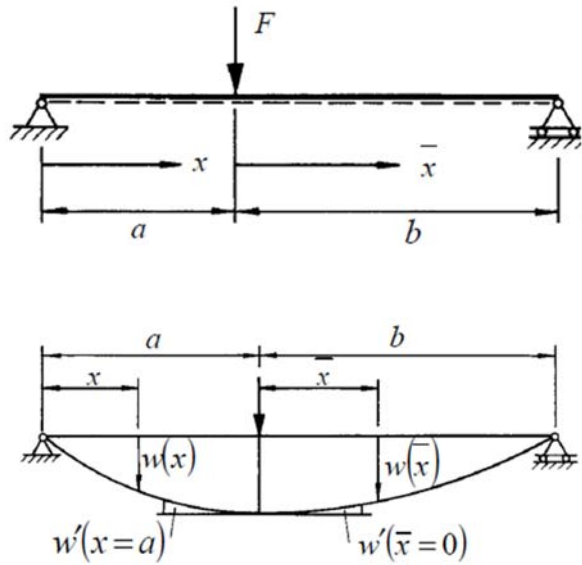


<http://de.academic.ru/>



<http://www.schilliger.ch/> 5

Holzbau – Bauteilüberprüfung



$$w(x) = \frac{F a b l}{6 E I_{yy}} \frac{x}{l} \left[1 + \frac{b}{l} - \frac{x^2}{a l} \right], \quad x \in [0, a]$$

Holzbau – Normung

prEN 14358

Holzbauwerke - Befestigungsmittel und Produkte aus Holzwerkstoffen –
Berechnung des 5%-Quantils und Annahmekriterien für Proben

4 Berechnung der charakteristischen Werte aus Prüfergebnissen

4.1 Der charakteristische Wert eines Materialparameters bzw. eines Materialwiderstandes ist mit einem Vertrauensniveau von $\alpha = 75\%$ zu bestimmen. Dabei wird das Vertrauensniveau α als die Wahrscheinlichkeit, dass der charakteristische Wert den Schätzwert für den charakteristischen Wert überschreitet, definiert.

4.6 Der charakteristische Wert ist aus

$$m_k = \exp(\bar{y} - k_s s_y)$$

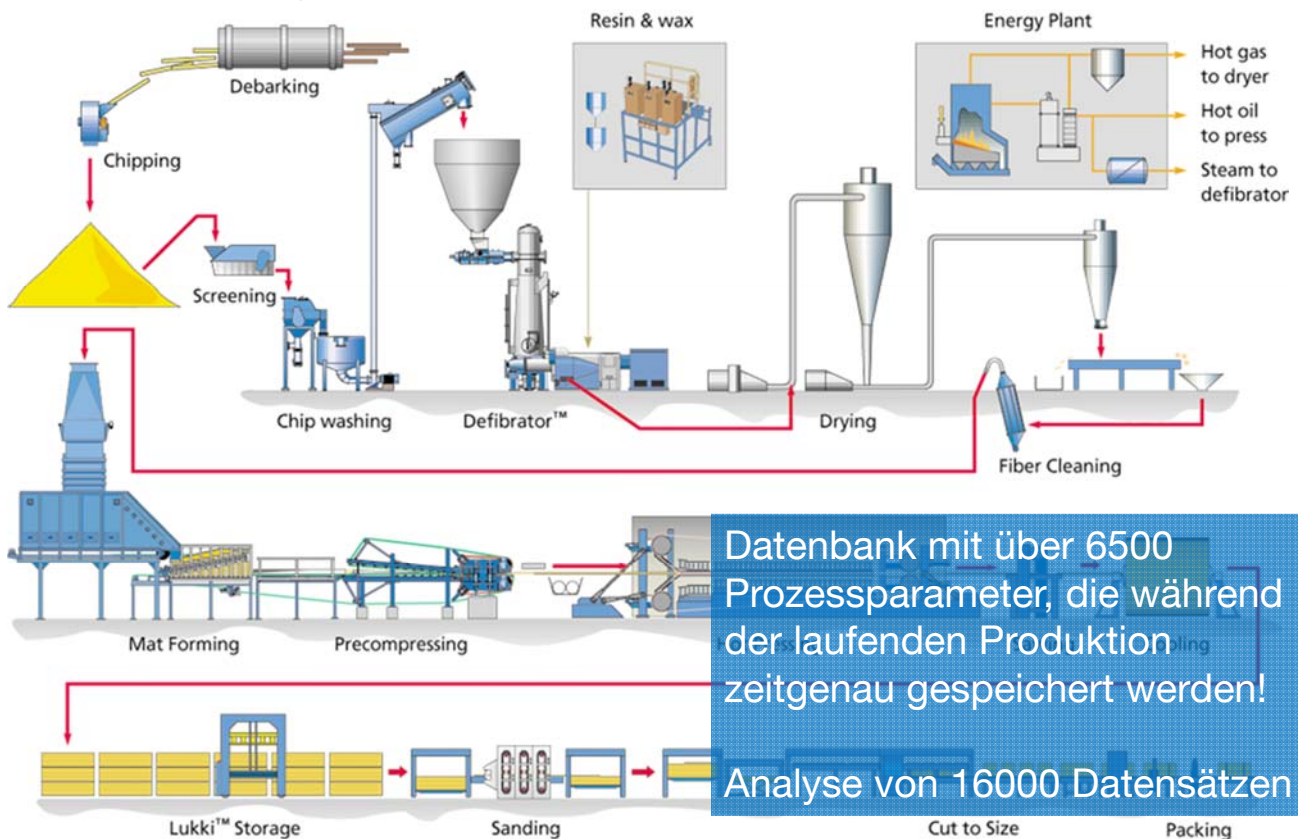
zu bestimmen.

Dabei ist k_s in Tabelle 1 angegeben.

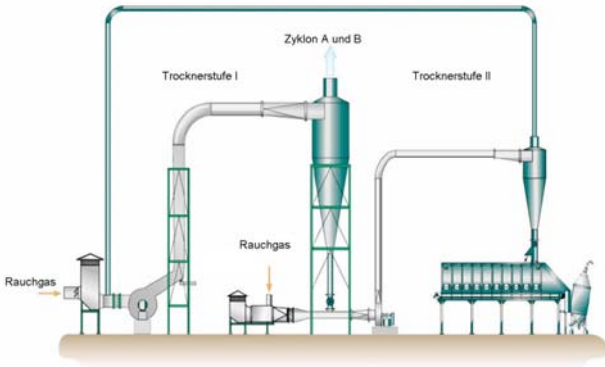
ANMERKUNG k_s wird als $k_s = \frac{k}{\sqrt{n}}$ berechnet. Dabei ist k das α %-Quantil in einer nichtzentralen t -Verteilung mit n

Freiheitsgraden und mit dem Parameter für die Nichtzentralität $\lambda = u_{1-p} \sqrt{n}$. u_{1-p} entspricht dem $(1-p)$ %-Quantil der Verteilungsfunktion der standardisierten Normalverteilung.

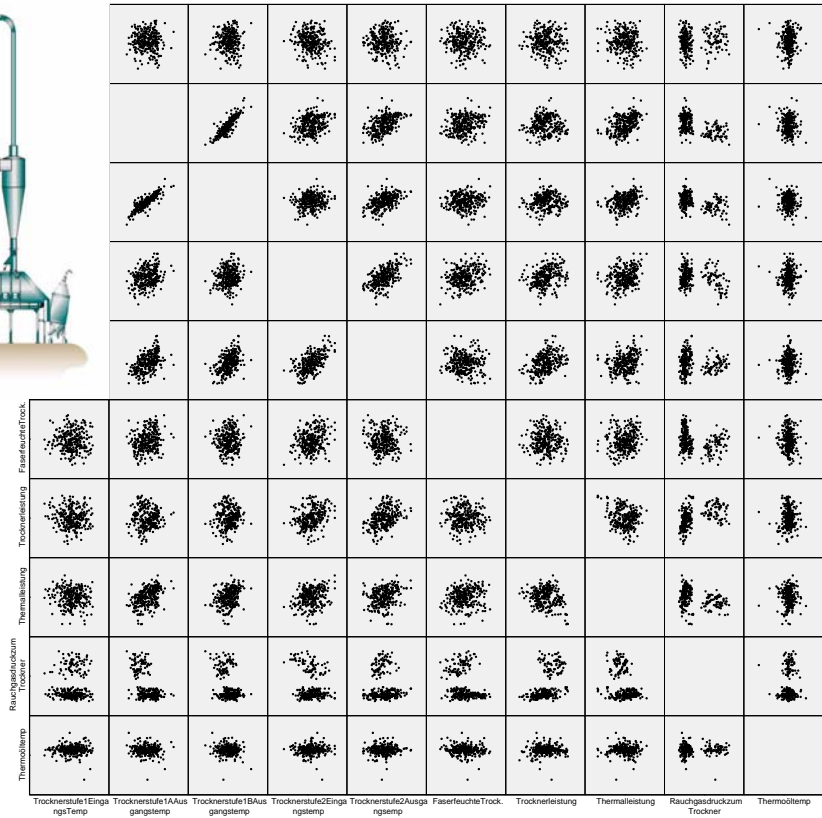
Statistische Analysen



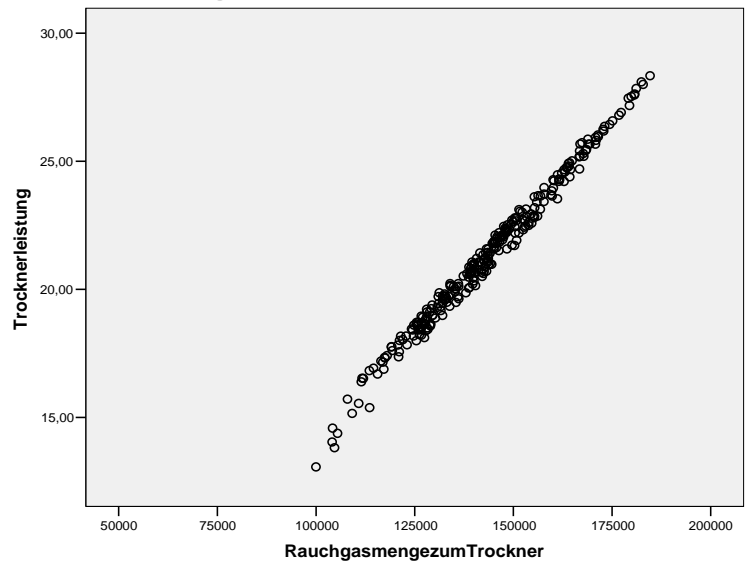
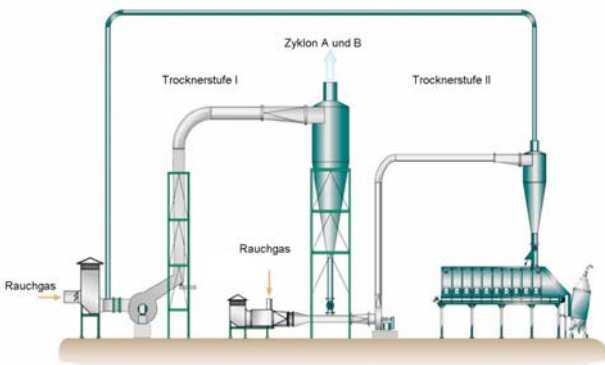
Statistische Analyse – Am Beispiel Trocknungsabschnitt



„Untersuchung der einzelnen Trocknungsparameter ergibt eine auffällig hohe Korrelation im Bereich der Ausgangstemperaturen A und B der Trocknerstufe 1 und eine Clusterbildung in Bezug auf die Rauchgasmenge zum Trockner.“



Statistische Analysen – Abschnitt Trocknung

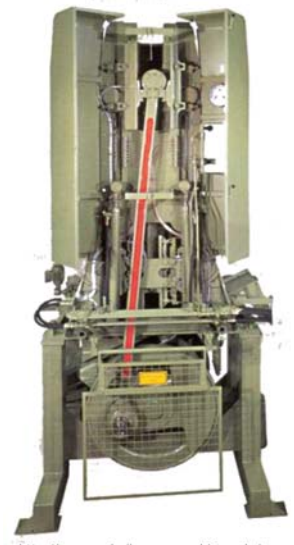


		Trocknerleistung	Rauchgasmenge zum Trockner
Trocknerleistung	Korrelation nach Pearson	1	,994
Rauchgasmenge zum Trockner	Korrelation nach Pearson	,994	1

Klassische Beispiele: Kurbeltrieb



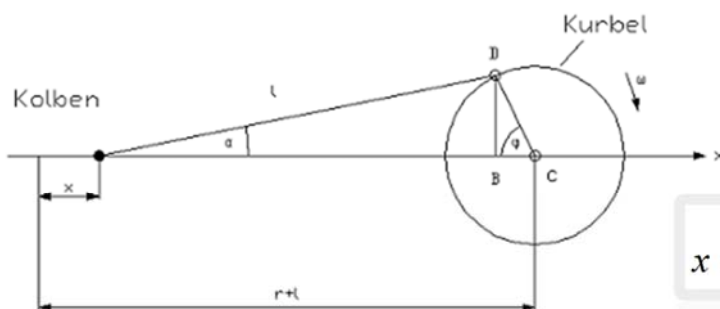
<http://www.ewd.com>



<http://www.scheibner-maschinen.de/>

11

Klassische Beispiele: Kurbeltrieb



$$x = r + l - l \cdot \sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin(\phi)^2} - r \cdot \cos(\phi)$$

wobei $\lambda = r / l$ das
Schubstangenverhältnis bezeichnet.

Durch Ableitung des Kolbenweges x , kann die Geschwindigkeit v und die Beschleunigung a des Kolbens berechnet werden (bei gleichmäßiger Drehung der Kurbel, d.h. konstanter Winkelgeschwindigkeit ω). Die Bestimmung der Kolbenbeschleunigung erlaubt eine Dimensionierung des Kurbeltriebs da man aus dem Newton'schen Grundgesetz $F = m a$ die Kräfte am Kolben ergeben.

12

Klassische Beispiele: Temperaturverlauf

Berechnung des Temperaturverlaufs nach Kollmann

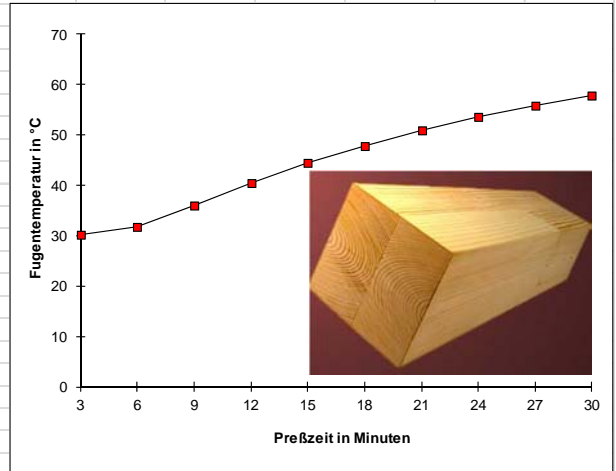
Folgendes MS Excel Sheet wurde von einer Österreichischen Firma verwendet

Temperaturentwicklung:

34 mm

Holzstärke

to	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
t1	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70
ar	0,00035	0,00035	0,00035	0,00035	0,00035	0,00035	0,00035	0,00035	0,00035	0,00035
at	0,00035	0,00035	0,00035	0,00035	0,00035	0,00035	0,00035	0,00035	0,00035	0,00035
b	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2
h	0,034	0,034	0,034	0,034	0,034	0,034	0,034	0,034	0,034	0,034
x	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
y	0,017	0,017	0,017	0,017	0,017	0,017	0,017	0,017	0,017	0,017
z - Std.	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
z - min.	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
t	30,1	31,72	35,92	40,36	44,39	47,91	50,97	53,6	55,87	57,83
PI	3,14159	3,14159	3,14159	3,14159	3,14159	3,14159	3,14159	3,14159	3,14159	3,14159
1. Glied	0,86111	0,74152	0,63853	0,54984	0,47348	0,40772	0,35109	0,30233	0,26034	0,22418
2. Glied	-0,28676	-0,2467	-0,21223	-0,18258	-0,15707	-0,13513	-0,11625	-0,10001	-0,086034	-0,07401
3. Glied	-0,08686	-0,02264	-0,0059	-0,00154	-0,0004	-0,0001	-2,7E-05	-7,1E-06	-1,85E-06	-4,8E-07
4. Glied	5,9E-06	1,7E-10	5,1E-15	1,5E-19	4,5E-24	1,3E-28	3,9E-33	1,2E-37	3,41E-42	1E-46
5. Glied	0,00477	0,00011	2,7E-06	6,5E-08	1,5E-09	3,7E-11	8,8E-13	2,1E-14	5,02E-16	1,2E-17
	0,49227	0,4723	0,4204	0,36573	0,31601	0,27249	0,23482	0,20232	0,174304	0,15017



Kollmann, F. Technologie des Holzes und der Holzwerkstoffe, Band 1-3, zweite Auflage, Springer Verlag, 1951.

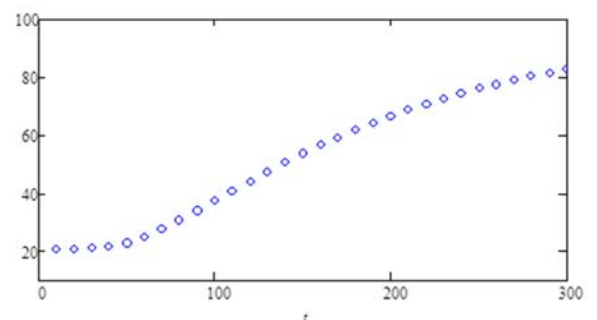
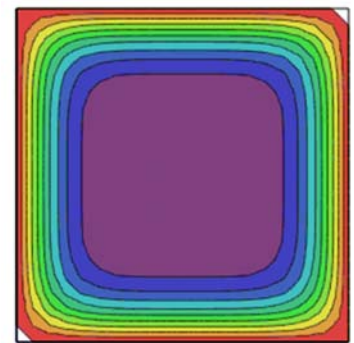
$$u(t, x, y) = u_1 + (u_0 - u_1) \cdot \frac{16}{\pi^2} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_{n,m} \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi \cdot x}{b}\right) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot y}{h}\right) \right) \quad \text{wobei} \quad A_{n,m} = \frac{1}{m \cdot n} \cdot e^{-\pi^2 \cdot t \cdot \left(\frac{a_r \cdot m^2}{b^2} + \frac{a_l \cdot n^2}{h^2} \right)}$$

13

Programmbeispiel Matlab

```
function tsum = tempsum(x, y, z)
t0 = 20; t1 = 120;
p=pi ^2;
b = 10; h = 10;
ar = 0.035; at = 0.035;
s = 0;
for n = 1:10
    for m = 1:10
        tmp = 0;
        nn = 2*n-1; mm = 2*m-1;
        tmp = (exp((-p)*z*((ar*mm^2)/b^2) +
            ((at*nn^2)/h^2)))*sin(mm*pi*x/b)*sin(nn*pi*y/h)/(mm*nn);
        s = s + tmp;
    end
end
tsum = t1 + ((t0-t1)*16/p)*s;

for i = 1:N+1
    for j = 1:N+1
        M(i, j) = tempsum((i-1)*b/N, (j-1)*h/N, 50);
    end
end
contourf(M);
axis equal;
axis off;
```



Bildverarbeitung in der Holztechnologie

Lieferant



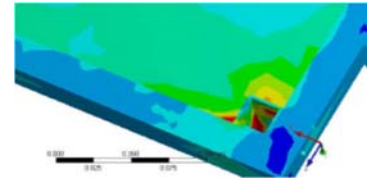
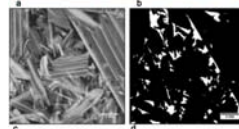
Weiterverarbeitung



Kunde



Multisensor-Technologien

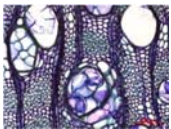


Analog-, Digital-, Thermal-, Mikrowellen-, Ultraschall-, CT-, MRI-, Neutron – Verfahren

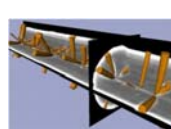
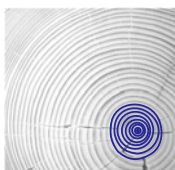
Bildverarbeitung in der Holztechnologie

Lieferant

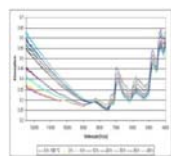
Charakterisierung



Sortierung



Modifikation

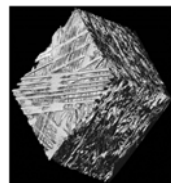
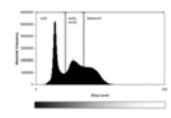
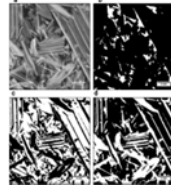


Weiterverarbeitung

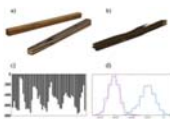
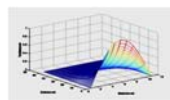
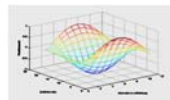
Oberfläche



Material

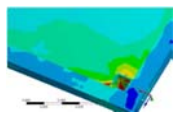


Modellierung

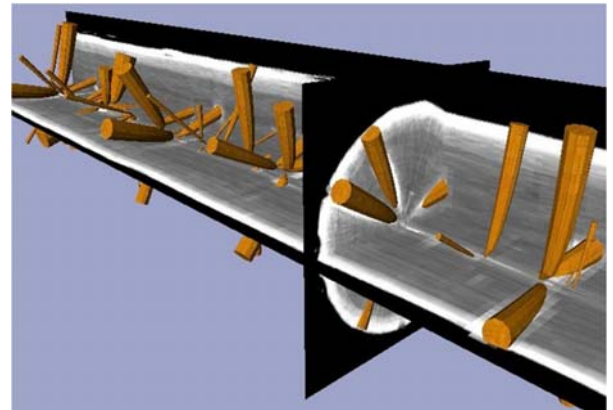
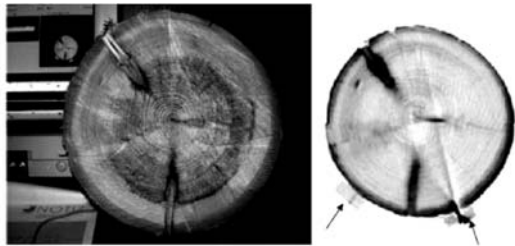
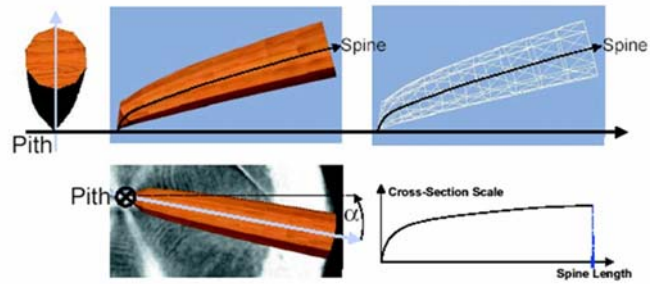
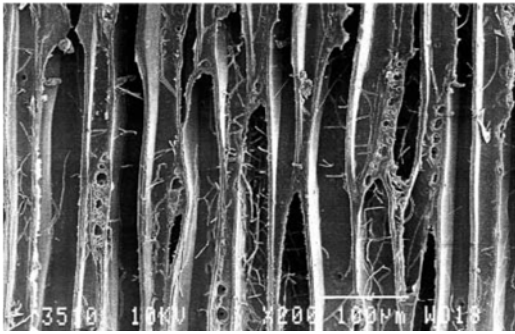


Kunde

Produkte

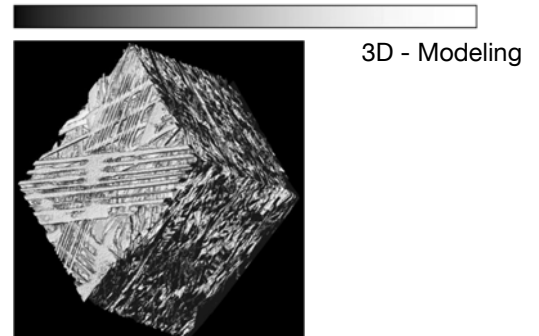
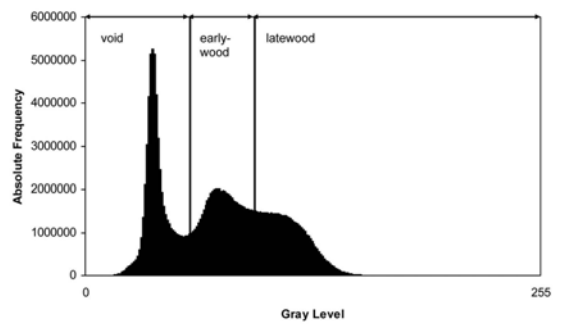
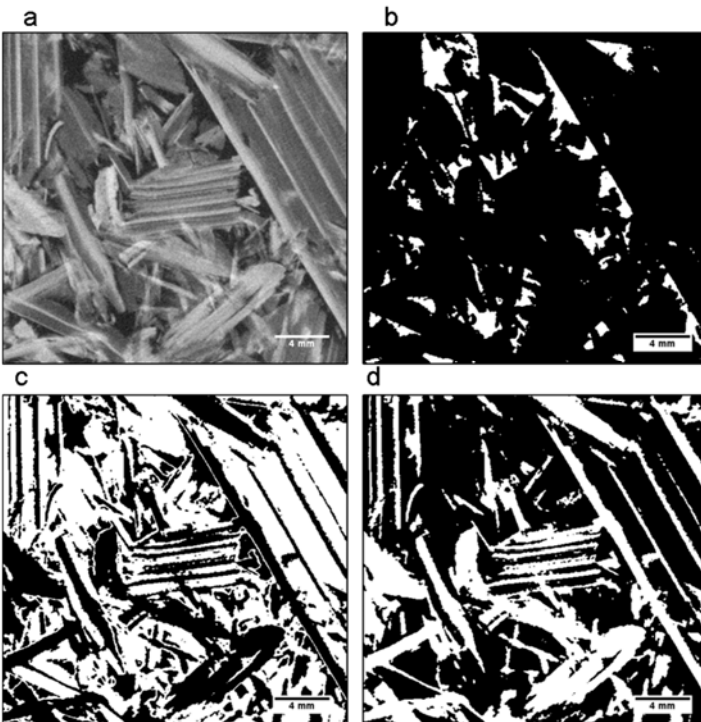


Erkennung und Modellierung von Holzeigenschaften



Alexander Petutschnigg

Charakterisierung von Holzwerkstoffen

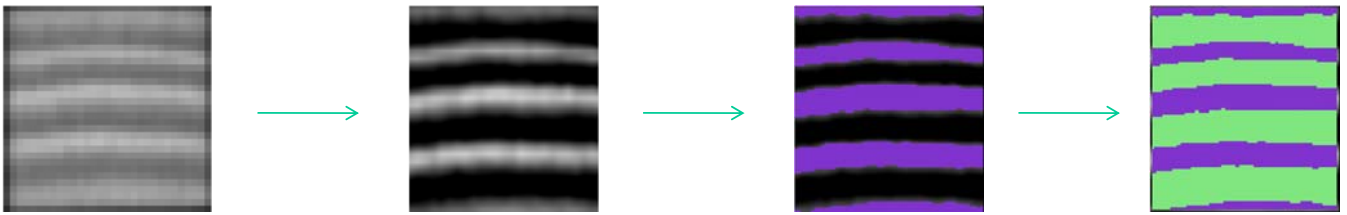
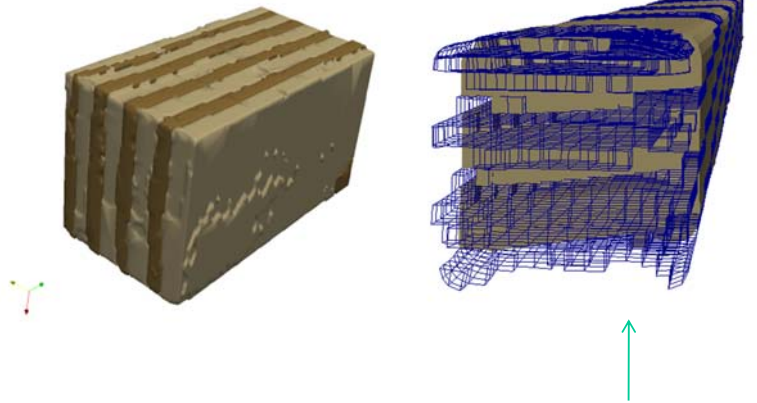


Gernot Standfest

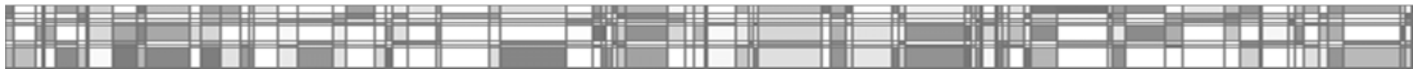




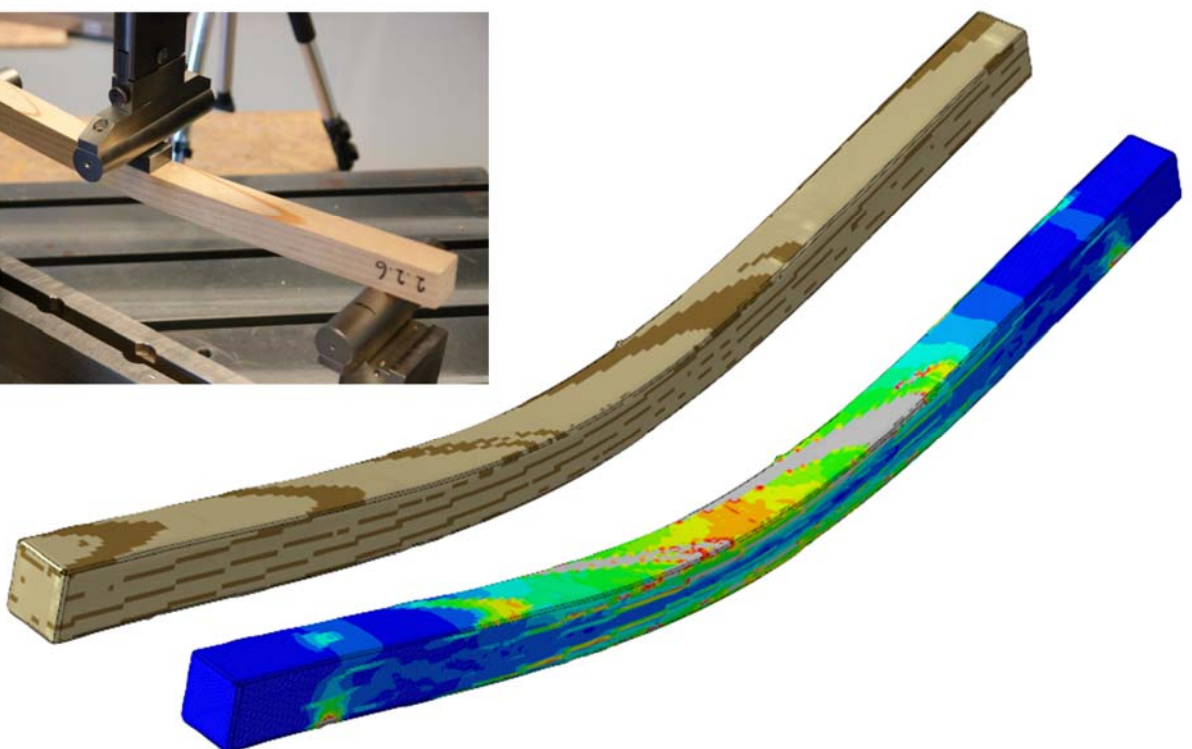
3D – Modellierung von Holz



Karl Entacher



Finite Elemente Analyse



Karl Entacher