

## Theorie der Gleichverteilung

**Die Bilder** legen intuitiv nahe, dass man die Stellen so regelmäßig wie möglich anordnet, da man somit mit großer Wahrscheinlichkeit alle wichtigen Stellen des Seegrunds (flache Stellen sowie Untiefen) "abtasten" wird.

**Nur was** sind optimal "gleichverteilte" Stellen? Und wie konstruiert man solche optimal regelmäßig angeordneten Punkte in praxisrelevanten Bereichen mit hoher Dimension? Ein regelmäßiges Raster zum Beispiel muss nicht die optimale Lösung sein, Abb.5 einfach veranschaulicht. Die rechte Anordnung in Abb.6 z.B. lässt bei gleicher Punkteanzahl viel weniger "Raum" unabgetastet als das regelmäßige Gitter in Abb.5.

**Die Punktmenge** rechts ist ein sogenanntes Netz, welches für diese Punkteanzahl die bestmöglich gleichverteilte Anordnung in Dimension zwei liefert. Die Konstruktion solcher Netze für Bereiche beliebiger Dimension ist eine wichtige Anwendung der Theorie der Gleichverteilung. Grundlage dafür ist ein Maß welches die Güte der Gleichverteilung misst. Dieses Maß, nennt sich Diskrepanz und bestimmt, wie der Name schon sagt, die Diskrepanz der Verteilung der Punkte von einer optimalen Verteilung. Die Idee dieses Maßes lässt sich durch folgende Graphiken sehr einfach erklären. (Abb. 7+8)

**Mittels der** roten Flächen kann man die lokale Abweichung der Punktmenge von einer regelmäßigen Verteilung in diesem speziellen Bereich messen, indem man die relative Anzahl der Punkte im Fenster von der Fläche des roten Fensters subtrahiert. Diesen Wert nennt man lokale Diskrepanz. Das Maximum dieses Wertes über alle möglichen Fenster im Bereich gibt dann eine Gütezahl der Gleichverteilung an.

Die Graphiken zum Thema visualisieren diese lokale Diskrepanz für verschiedenste Punktanordnungen. Wie umseitig skizziert, wird die lokale Diskrepanz für bestimmte Rechtecke berechnet und dem jeweiligen Ergebnis eine Farbe zugeordnet.

Neben dem ästhetischen Genuss bieten solche Visualisierungen auch interessante Informationen über die Punktverteilungen und diesem speziellen Gleichverteilungsmaß. Die Theorie der Gleichverteilung hat in Österreich große Tradition. Die zentralen Ziele dieser Theorie sind die Entwicklung von Gleichverteilungsbegriffen in verschiedensten mathematischen Bereichen und die Konstruktion von geeigneten gleichverteilten Punktmengen und Punktfolgen und deren Anwendungen.

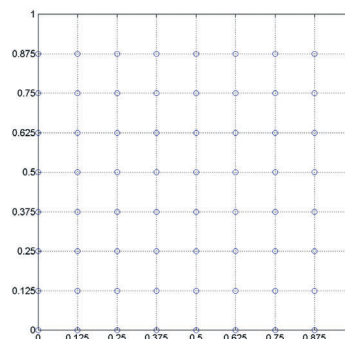


Abb. 5

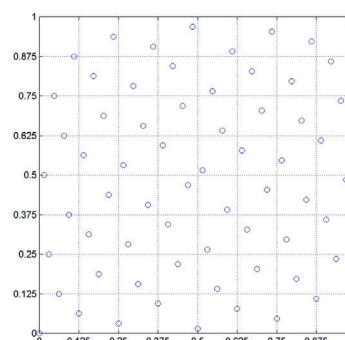


Abb. 6

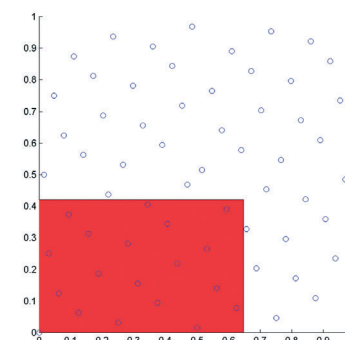


Abb. 7 Lokale Diskrepanz: 0.024791

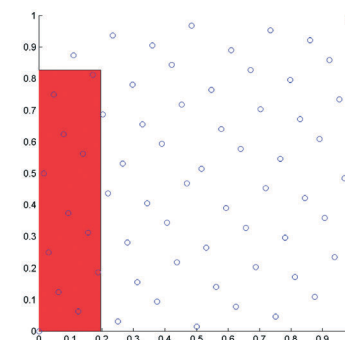


Abb. 8 Lokale Diskrepanz: 0.02539